דוגמא לא מוגהת | חול + תורני | GEOMETRY BOOK

צל הדפנות וצל הסכך: לדעת רבי זירא

סוכה ב ע״א – למה סוכה גבוהה מעשרים אמה פסולה? דיון מדעי (לא פסק) בטעמו של רבי זירא כבעיית גאומטריה של צל. הסימולציה האינטראקטיבית המלאה: /ministryoflearning.pages.dev/sukkah-shade

// מקור

שלושה טעמים בגמרא (סוכה ב ע״א)

מקור

רבה – שליטת העין

> ״למען ידעו דורותיכם״ – עד עשרים אמה אדם יודע שהוא דר בסוכה; יתר על כן, כיון דלא שלטא בה עינא.

רש״י: **שאינו רואה את הסכך.**

מקור

רבי זירא – צל הסכך מול צל דפנות

> ״וְסֻכָּה תִּהְיֶה לְצֵל יוֹמָם מֵחֹרֶב״ (ישעיהו ד, ו) – עד עשרים אמה יושב בצל סוכה; יתר על כן, בצל דפנות.

רש״י: **שהצללין מגיעין זה לזה מתוך גובהן של דפנות**, ומשל **עשתרות קרנים**: שני הרים גבוהים שמתוך גובהם אין חמה זורחת בשפלה שביניהם. זה הטעם היחיד שהוא הנדסת צל.

מקור

רבא – דירת קבע

> ״בסוכות תשבו שבעת ימים״ – עד עשרים אמה דירת עראי; יתר על כן דירת קבע.

מקור

נפקא מינה, תוספות, ואותה מידה בלי שמש

סוכה ב ע״א–ב: לרבה, דפנות המגיעות לסכך מכשירות; לרבי זירא, רחבה מארבע על ארבע אמות כשרה כי יש צל סכך. תוספות: **ארבע אמות רוחב לכל עשרים גובה**; בתירוץ שני – אפילו בגובה אלף, כשרחבה, יש צל סכך פורתא. אותה מידת עשרים אמה מופיעה ב**מבוי** (עירובין ב ע״א) וב**נר חנוכה** (שבת כב ע״א) – מידה של ״שליטת העין״, בלי קשר לשמש. שו״ע או״ח תרל״ג א פוסל בין גדולה בין קטנה בין מגיעות בין שאינן מגיעות; המשנ״ב (ס״ק ג) מניח שנפסק כרבא.

// חישוב שלנו

המודל וההנחות

חישוב שלנו

גובה השמש בצהריים: **|קו רוחב − נטייה| − 90°**; צל דופן בגובה H: **L = H / tan(גובה השמש)**. ט"ו בתשרי נע בין ~19 בספטמבר ל־~25 באוקטובר בין השנים, ונטיית השמש בסוכות בין ~+0.6° ל־~−13° (חושב מספרית לשנים 5760–5820). צהריים = צהרי שמש מקומיים.

השערה — הנחת שיעורין

אמה = 48 ס"מ, טפח = 8 ס"מ (שיעור מצומצם לחומרא; קיימים שיעורים ארוכים יותר). 20 אמה = 9.6 מ'; סוכת מינימום (10 טפחים) = 80 ס"מ.

// חישוב שלנו

טבלת קווי רוחב: צל של דופן 20 אמה בצהריים

מקום	קו רוחב	גובה שמש בסוכות	צל 20 אמה בסוכות	גובה שמש ביום הארוך	צל 20 אמה ביום הארוך
הקוטב הצפוני	90°	מתחת לאופק	אין שמש	23°	46 אמה
החוג הארקטי	66.6°	18°	60 אמה	47°	19 אמה
קו רוחב 60	60°	25°	43 אמה	53°	15 אמה
לונדון	51.5°	34°	30 אמה	62°	11 אמה
קו רוחב 45	45°	40°	24 אמה	68°	8 אמות
ירושלים	31.8°	53°	15 אמה	82°	3 אמות
קו הסרטן	23.4°	62°	11 אמה	90° (בראש)	0
קו המשווה	0°	85°	2 אמות	67°	9 אמות

אותה טבלה מופיעה גם בדף האינטראקטיבי. הטבלה חושבה בנטייה −5° לסוכות (קירוב אמצע־טווח) וב־+23.44° ליום הארוך ביותר.

// חישוב שלנו

מקרי קיצון במודל של רבי זירא

חישוב שלנו

קווי רוחב גבוהים: בחוג הארקטי בסוכות השמש בצהריים ~18°–21°; גם סוכת מינימום (1.67 אמה) ברוחב 4 אמות כולה בצל דפנות בצהריים — הגבול הגיאומטרי נמוך מהמינימום ההלכתי עצמו. בקוטב הצפוני אין שמש בכלל.

חישוב שלנו

הטרופיקים: בקו המשווה בסוכות השמש כמעט בראש (~85°–88°); גם דופן של עשרות אמות משאירה צל סכך — אין גבול מעשי לגובה.

חישוב שלנו

הקוטב ביום הארוך ביותר: דופן 20 אמה מטילה ~46 אמות צל — **כפול ושליש**. הטענה "בקוטב זה כפול" נכונה לתאריך ההוא בלבד, והפוכה מסוכות, שאז אין שם שמש.

// מסקנה כנה

ההשערה של זוית־השמש לא נתמכת

השערה → נבדקה ונדחתה

ההשערה ש־20 אמה נובע מזווית השמש בארץ ישראל **אינה נתמכת**: אין במקורות טעם של שמש; אותו 20 מופיע במבוי ובנר חנוכה בלי שמש; החישוב לא מראה סף ב־20 באף קו רוחב; ובבל (מקום האמוראים) זויות השמש כמעט זהות לארץ ישראל. מה שכן: ההיגיון של רבי זירא הוא גאומטריה של צל, ויחס התוספות (1:5 ← 78.7°) קרוב להפליא לגובה השמש המרבי בירושלים בשיא הקיץ (82°) — התאמה מסקרנת שהיא **ספקולציה שלנו בלבד**. והקטבים אינם "שמש מעל הראש" — השמש בראש רק בין קו הסרטן לקו העקרב.

טרם אומת: נוסח הרמב"ם (הל' סוכה ד, א), הרא"ש, הר"ן והמאירי; המשנ"ב מול הספר; ביקורת מקורות על ציטוטי הגמרא, רש"י והתוספות. כל החישובים והטבלאות מקוריים לדף זה ואינם מקור.