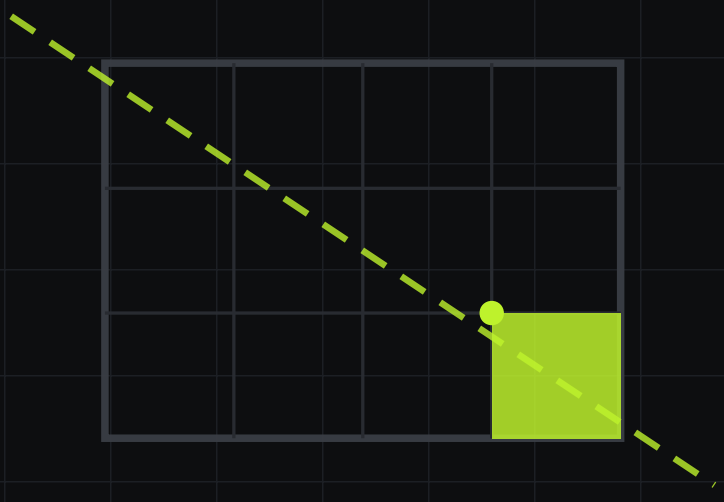
פרק דוגמה · ספר המדידה · זרם תורני

הפינה הפתוחה

מסכת פאה: מהי "הפינה" של השדה, כמה בדיוק משאירים בה — ומה קורה כשדרך חוצה את השדה לשניים. ועוד, בקריאה מודרנית מתויגת: קצב השינוי של החלק — עד לנגזרת.

$$S \geq A / 60$$



01 למה פאה

WHY PEAH

תורני

מסכת פאה היא הדוגמה המושלמת למחלה שהשיטה מרפאת גם בהלכה:

דקלום בלי למה

"משאירים פאה לעניים" — בלי לשאול כמה, איפה בדיוק, ומה נחשב "שדה" אחד.

גאומטריה אמיתית במקור

המשנה קובעת רצפת מינימום מדויקת (אחד משישים), רשימת גבולות שמפסיקים שדה, ותלות בגודל — מתמטיקה של ממש, בלשון חכמים.

משבר אמיתי בלב הסיפור

נחל חוצה את השדה. שדה אחת או שתיים? התשובה משנה פאה של ממש — לעניים של ממש.

נסיון שכל ילד יכול לעשות היום

מודדים את שטח הכיתה, מחלקים בשישים — ומגלים כמה גדולה הפינה שצריך לפתוח.

02 מבנה הפרק

SAME 9 STATIONS, VISIBLE TAGS

הפרק עובר את אותן 9 תחנות. הוא שייך לזרם התורני, ולכן התוכן בו תורני, למעט תיבות "קריאה מודרנית" המתויגות חול — יישום מתמטי שלנו על הסוגיא, לא דברי המקור. כל מקור מצוטט בלשונו ומאומת מול ספריה.

כל פרק עובר 9 תחנות — בלי יוצא מן הכלל

1. סיפור מסגרת אמיתי
2. סיפור פנימי
3. היסטוריה
4. מה זה
5. למה זה עובד
6. איך משתמשים
7. נסיון בפועל
8. תרגולים
9. גשר לפרק הבא

סיפור מסגרת לספר כולו: "פנקס הבנאי". ספר המדידה כתוב כפנקס עבודה של בנאי־מודד: בכל עמוד שיעור אחד מהמקורות, החשבון שלו, והשאלה שהוא משאיר פתוחה לעמוד הבא. הפנקס הוא מסגרת ספרותית — הבנאי אינו דמות היסטורית בדויה — אבל כל מדידה בו אמיתית ומצוטטת ממקורה, בדיוק כמו בפנקס אמיתי: אפשר לכתוב בדרמטיות, אסור להמציא שיעורים.

הסיפור הפנימי של הפרק: התורה מצווה להשאיר פינה בשדה — בלי למדוד אותה:

תורני

"ובקצרכם את קציר ארצכם, לא תכלה פאת שדך בקצרך... לעני ולגר תעזב אתם"

ויקרא יט, ט–י (וגם כג, כב)

"פאת שדך" — פינת השדה. הפסוק לא נותן מספר. מי נותן?

תורני

"אין פוחתין לפאה משישים, ואף על פי שאמרו אין לפאה שיעור. הכל לפי גודל השדה, ולפי רוב העניים, ולפי רוב הענוה"

משנה, פאה פרק א׳ משנה ב׳

המשנה עושה שני דברים מתמטיים: קובעת רצפה — אף פעם לא פחות מאחד משישים מהשדה — ומגדירה את הגודל בפועל כתלוי בשלושה משתנים: שטח השדה, מספר העניים, שפע היבול.

והיכן הפינה? הרמב"ם פוסק (הלכות מתנות עניים ב,יב): "אין מניחין את הפאה אלא בסוף השדה" — כדי שהעניים ידעו לאן לבוא, ושלא יחשדו את הבעלים. הפינה אינה עניין גאומטרי בלבד; היא צריכה להיות גלויה.

גבול שמפסיק: שדה אחת או שתיים?

תורני

"ואלו מפסיקין לפאה: הנחל, והשלולית, ודרך היחיד, ודרך הרבים, ושביל הרבים... והבור, והניר, וזרע אחר"

משנה, פאה פרק ב׳ משנה א׳

רשימת גבולות: אם אחד מאלה חוצה את השדה, כל חלק נותן פאה בפני עצמו. הגדרת "שדה אחת" היא שאלה גאומטרית לכל דבר: האם החלקים מחוברים, או שהגבול מפריד ביניהם.

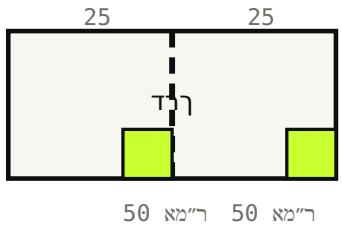
מה זה: שדה היא צורה עם שטח; הפאה היא חלק מהשטח שנשאר בקצה; ו״מפסיק״ הוא גבול שחוצה צורה אחת לשתי צורות נפרדות. שלוש פעולות מדידה: שטח, חלק יחסי, חלוקה.

חשבון מלא: שדה של 50 על 120 אמה — שטחה 6,000 אמה מרובעת. פאת המינימום: 6,000 חלקי 60 = 100 אמ״ר — ריבוע פינה של 10 על 10. עכשיו דרך רחבה חוצה את השדה לשני חלקים של 25 על 120: כל חלק 3,000 אמ״ר, ופאתו 50 אמ״ר. הסכום נשאר 100 — אבל הוא מתפצל לשתי פינות, בשתי ״שדות״ חדשות.

קצב השינוי (הקריאה המודרנית שלנו — לא במקור): כותבים S(A) = A/60. כשהשדה גדלה ב־600 אמ״ר, הפאה גדלה ב־10: היחס ΔS/ΔA הוא 1/60, תמיד, בלי תלות בגודל השדה. בחדו״א קוראים ליחס הזה נגזרת: S′(A) = 1/60. כך נראית נגזרת כשהיא פשוטה: כמה החלק משתנה לכל יחידת שטח.

איך משתמשים: חלוקת מגרשים, אחוזי בנייה, מיסוי מקרקעין — בכל מקום שצריך לחלק שטח לפי כלל קבוע ולדעת מה קורה בגבול.

מה לא כתוב במקור: המשנה אומרת ״הכל לפי גודל השדה, ולפי רוב העניים, ולפי רוב הענוה״ — תלות בשלושה משתנים, בלי נוסחה. אנחנו היינו כותבים S(A,P,Y). המעבר לסימון ולנגזרת הוא קריאה מודרנית שלנו; המשנה קובעת תלות, לא פונקציה.



דרך חוצה שדה של 50×120 לשתי שדות. כל חלק נותן פאה משלו — 50 אמ״ר, בשתי פינות שונות.

תורני

והמקור?

כלל החלוקה — משנה פאה ב,א. הרצפה — פאה א,ב. המיקום בסוף השדה — רמב״ם, מתנות עניים ב,יב. החשבון עצמו — שלנו, על פי הכללים האלה.

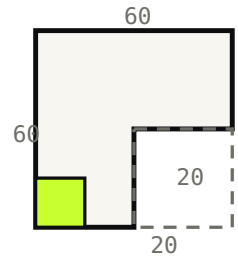
נסיון בפועל — פאת הכיתה: מודדים את שטח הכיתה (או החצר) בסרט מדידה, מחלקים ב־60, ומסמנים בחבל את הפינה — ב״סוף השדה״, במקום שכולם רואים, כמו שהרמב״ם מסביר. אחר כך מותחים סרט דרך האמצע: נוצרו שתי ״שדות״. כמה פאה עכשיו, ואיפה היא?

תרגיל 1: שדה של 30 על 80 אמה. מה שטחה? מהי פאת המינימום? סמנו אותה בריבוע בסוף השדה — מה צלעו?

תרגיל 2: דרך רחבה חוצה שדה של 40 על 90 לשני חלקים שווים. כמה פאה נותן כל חלק? הסכום השתנה? ומה כן השתנה?

תרגיל 3 (אתגר): שדה בצורת L: ריבוע 60 על 60 שחסרה ממנו פינה של 20 על 20. מה שטחה, ומהי פאת המינימום? ואיפה ״סוף השדה״ בצורה כזו? הציעו כלל — והגנו עליו.

גשר לפרק הבא: מדדנו שטחים וגבולות ישרים. ומה כשהמדידה עצמה מסתובבת — עיר עגולה, תחום שבת, והיקף שיוצא פי שלושה מהקוטר? הפרק הבא: אלפיים אמה מסביב.



תרגיל 3: שדה בצורת L — 3,200 אמ״ר. איפה מסמנים את הפאה?

חול

פתרונות מקוצרים

תרגיל 1: 2,400 אמ״ר, פאה 40 אמ״ר (רצועה 4×10 או ריבוע בן כ־6.3 אמה). תרגיל 2: כל חלק 1,800 אמ״ר, פאה 30 אמ״ר; הסכום נשאר 60, אבל מתפצל לשתי פינות. תרגיל 3: 3,200 אמ״ר, פאה 53⅓ אמ״ר בקירוב; המיקום — לדיון.

06 מה הפרק מדגים

WHY THE METHOD WORKS

תורני

למה הפרק הזה מוכיח שהשיטה עובדת גם במסכת:

1. אותו שלד על מסכת שלמה: סיפור מסגרת (פנקס הבנאי), מקורות בלשונם, חשבון מלא, נסיון בידיים ותרגולים מדורגים.

2. המשנה עצמה עושה מתמטיקה: רצפת מינימום (אחד משישים), רשימת גבולות, ותלות במשתנים. לא צריך "להכניס" מתמטיקה לסוגיא — היא כבר שם.

3. יושר בלי פשרות: הנגזרת והסימון S(A) הם חול · קריאה מודרנית — כתוב עליהם בגלוי שהם שלנו ולא של המקור. המקור נאמן, והקריאה נאמנת.

4. הנסיון מוכיח: "אחד משישים" הוא שיעור שאפשר להחזיק בידיים — חבל, סרט מדידה, ופינה אחת פתוחה.

הערת יישור

המקורות (ויקרא יט,ט–י; משנה פאה א,א–ב וב,א; רמב"ם הלכות מתנות עניים ב,יב) אומתו מול ספריה בלשון המקור. מסגרת "פנקס הבנאי" היא ספרותית ומוצהרת ככזו — הבנאי אינו דמות היסטורית. קצב השינוי והנגזרת מסומנים בפרק כקריאה מודרנית שאינה במקור. הניסוח הסופי לספר דורש עין של רב/משגיח תוכן.

07 מקורות

SOURCES

תורני (אומתו מול ספריה)

- ויקרא יט, ט–י (והמקביל: כג, כב).

https://www.sefaria.org/Leviticus.19.9-10

- משנה פאה א, א–ב: "אין להם שיעור... הפאה"; "אין פוחתין לפאה משישים".

https://www.sefaria.org/Mishnah_Peah.1.1-2

- משנה פאה ב, א: המפסיקין לפאה.

https://www.sefaria.org/Mishnah_Peah.2.1

- רמב"ם, הלכות מתנות עניים ב, יב: הפאה בסוף השדה.

https://www.sefaria.org/Mishneh_Torah%2C_Gifts_to_the_Poor.2.12

חול · קריאה מודרנית (שלנו — לא במקור)

- החשבונות המלאים (6,000 אמ"ר → 100; החלוקה ל־50+50; התרגילים ופתרונותיהם) והסימון S(A)=A/60, S′(A)=1/60 — יישום מודרני על כללי המשנה.
- רקע על נגזרת כקצב שינוי.

https://he.wikipedia.org/wiki/%D7%A0%D7%92%D7%96%D7%A8%D7%AA