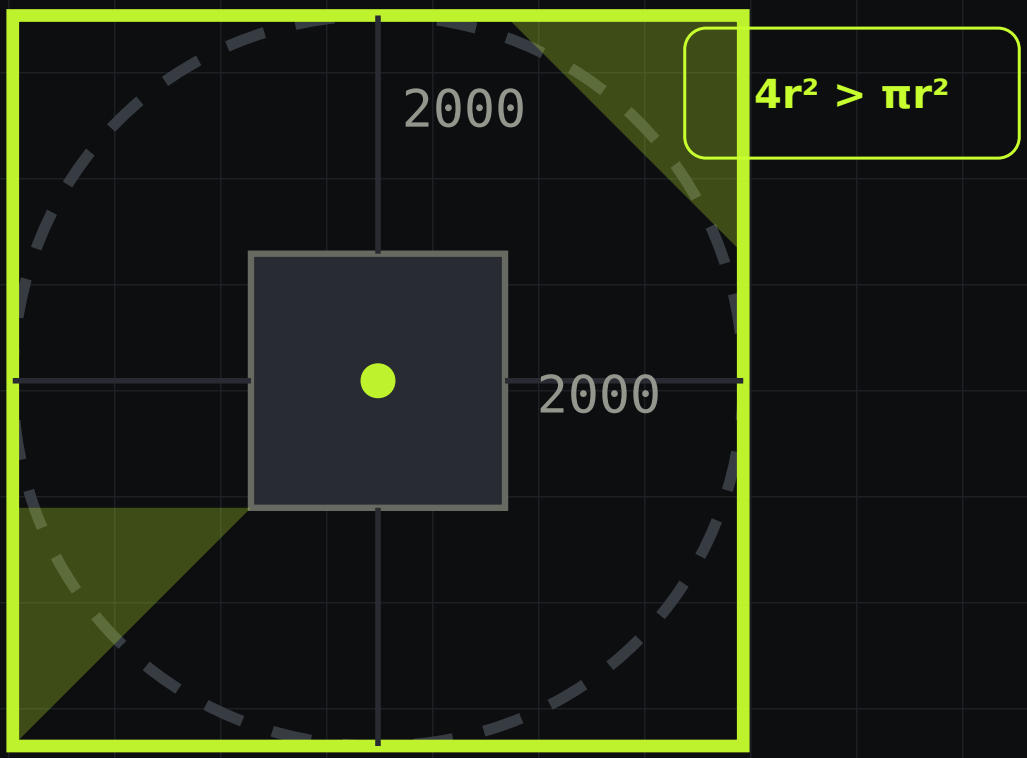
פרק דוגמה · ספר המדידה · זרם תורני

אלפיים אמה מסביב

מסכת עירובין: איפה נגמרת העיר, איך מודדים תחום שבת בחבל של חמישים אמה — ולמה חכמים מרבעים עיר עגולה. עם ההתייחסות הקלאסית של המשנה והרמב״ם ל־3:1.



01 למה עירובין

WHY ERUVIN

תורני

תחום שבת הוא גבול שאי אפשר לראות — ולכן חייבים לדעת למדוד אותו:

דקלום בלי למה

"אל יצא איש ממקומו" — בלי לשאול מהו "מקום", איפה העיר נגמרת, ואיך יודעים שהגענו לאלפיים.

גאומטריה אמיתית במקור

פרק שלם במשנה — "כיצד מעברין את הערים" — הוא שיעור מדידה: ריבוע, זויות, חבל, והנחות על צורת העיר.

משבר אמיתי בלב הסיפור

הר או נחל חוצים את קו המדידה. אי אפשר למתוח חבל דרך הר — אז מה עושים? המשנה עונה: "מבליעו".

נסיון שכל ילד יכול לעשות היום

חבל אחד, חצר אחת, ומשימה אחת: למדוד גבול שאף אחד לא צייר על הקרקע.

02 מבנה הפרק

SAME 9 STATIONS, VISIBLE TAGS

הפרק עובר את אותן 9 תחנות. הוא שייך לזרם התורני, ולכן התוכן בו תורני, למעט תיבות "קריאה מודרנית" המתויגות חול — חשבון וסימון שלנו על הסוגיא, לא דברי המקור. כל מקור מצוטט בלשונו ומאומת מול ספריה. סיפור ה־3:1 המלא מופיע בפרק החשבון האינפיניטסימלי; כאן הוא מוצג בקצרה ככלל מדידה של המשנה.

כל פרק עובר 9 תחנות — בלי יוצא מן הכלל

1 סיפור מסגרת אמיתי	2 סיפור פנימי	3 היסטוריה
4 מה זה	5 למה זה עובד	6 איך משתמשים
7 נסיון בפועל	8 תרגולים	9 גשר לפרק הבא

סיפור מסגרת לספר כולו: "פנקס הבנאי". ספר המדידה כתוב כפנקס עבודה של בנאי־מודד: שיעור מהמקורות, חשבון, ושאלה פתוחה לעמוד הבא. הפנקס הוא מסגרת ספרותית — אבל כל מדידה מצוטטת ממקורה: אפשר דרמטיות, אסור להמציא שיעורים.

הסיפור הפנימי של הפרק: התורה מודדת סביב העיר:

תורני

"ומדתם מחוץ לעיר את פאת קדמה אלפיים באמה ואת פאת נגב אלפיים באמה... והעיר בתוך"

במדבר לה, ה (על ערי הלויים; מכאן תחום שבת של אלפיים אמה)

ארבע רוחות, אלפיים אמה לכל רוח. נשמע פשוט — עד ששואלים: מאיפה מתחילים, ומה עם עיר שלא מרובעת?

תורני

"ועושין אותה כמין טבלא מרובעת, כדי שיהא נשכר את הזויות"

משנה, עירובין פרק ה׳ משנה א׳

לפני שמודדים אלפיים — מרבעים את העיר. והמשנה אומרת למה: ריבוע מרוויח את הזויות.

תורני

"ארוכה — כמות שהיא. עגולה — עושין לה זויות. מרובעת — אין עושין לה זויות"

תלמוד בבלי, עירובין נה עמוד א׳ (ברייתא)

כלל צורות שלם בשלוש שורות: ארוכה נמדדת כמו שהיא; עגולה נחסמת בריבוע; מרובעת — כבר מרובעת.

ובמה מודדים?

תורני

"אין מודדין אלא בחבל של חמישים אמה, לא פחות ולא יתר. ולא ימדוד אלא כנגד ליבו. היה מודד והגיע לגיא או לגדר — מבליעו וחוזר למדתו"

משנה, עירובין פרק ה׳ משנה ד׳

חבל 50 אמה בדיוק (הגמרא: פחות — נמתח ומאריך; יתר — נופל ומקצר), בגובה הלב. מכשול בדרך? "מבליעו" — קופצים מעל וממשיכים בקו.

והגמרא (נח עמוד א׳) על החבל עצמו: עשוי "אפסקימא" — סיב דקל יחיד שלא נמתח. רבי יהושע בן חנניה מעיד: "אין לך שיפה למדידה יותר משלשלאות של ברזל, אבל מה נעשה שהרי אמרה תורה: ובידו חבל מדה" — סטנדרט שניתן לכולם מנצח מכשיר מושלם שאינו.

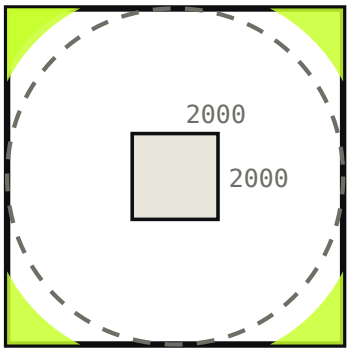
מה זה: אותה מדידה — אלפיים אמה לכל רוח — ושני אופנים לחבר את הקצוות: קווים ישרים נותנים ריבוע של 4,000 על 4,000; קשת נותנת עיגול ברדיוס 2,000. המשנה בוחרת בריבוע, ואומרת למה: הזויות.

חשבון מלא: ריבוע: 4,000 × 4,000 = 16,000,000 אמ״ר. עיגול: π × 2,000² ≈ 12,566,000 אמ״ר. ההפרש — ארבע הזויות — ≈ 3,434,000 אמ״ר, כ־27% תוספת. ובחשבון של המשנה עצמה (היקף = 3 קטרים, ראו למטה): העיגול 12,000,000 בדיוק, והזויות מוסיפות 4,000,000 — שליש שלם.

כלל ה־3:1 של המשנה: ״כל שיש בהקיפו שלשה טפחים — יש בו רוחב טפח״ (משנה עירובין א,ה). הרמב״ם מסביר שם שהיחס האמיתי ״לא יושג לעולם אלא בקרוב״, ושחכמי המדידות משתמשים ב־3 ושביעית (22/7), בעוד ההלכה לקחה 3 ״בחשבון הגדול״ — קירוב מכוון לטובת מדידה שכולם יכולים לעשות. הסיפור המלא, עם ים של שלמה והגמרא בעירובין יד עמוד א׳ — בפרק ״המדרגה שאין לה סוף״ בספר זה.

איך משתמשים: תכנון ערים, רצועות ביטחון, חגורות ירוק סביב שכונות — בכל מקום שמודדים מרחק קבוע מגבול וצריכים להחליט איך ״מחברים״ את הקצוות בזויות.

מה לא כתוב במקור: המשנה לא כותבת נוסחת שטח ולא נותנת אחוזים. היא אומרת ״כדי שיהא נשכר את הזויות״ — יודעת שהריבוע מרווית, בלי לכמת. הכימות (16 מיליון מול 12.6 מיליון, 27%) הוא החשבון המודרני שלנו על הכלל שלה.



אותם אלפיים אמה לכל רוח. הריבוע מניב 16 מיליון אמ״ר; העיגול ≈12.6 מיליון. בלימון: הזויות שנשכרות.

חול

בדיקה מספרית

π × 2,000² = 3.14159… × 4,000,000 ≈ 12,566,371. הריבוע פחות העיגול: 16,000,000 − 12,566,371 = 3,433,629. בחלקים: 3,433,629 / 12,566,371 ≈ 0.273 — קצת יותר מרבע. בקירוב המשנה (3 במקום π): 4,000,000 / 12,000,000 = ⅓ בדיוק.

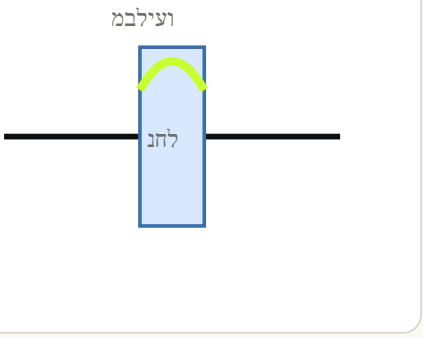
נסיון בפועל — חבל המודדים: קוצרים חבל לאורך 50 ״אמות כיתה״ (50 פעמים אורך האמה של תלמיד אחד — מהמרפק עד קצה האצבע). מסמנים בחצר נקודת ״קצה עיר״ ומודדים ממנה 40 מדידות חבל — אלפיים אמה — לכל רוח, ״כנגד הלב״. מחברים את הקצוות פעם בקווים ישרים ופעם בקשת — ורואים את הזויות בעיניים. ומה קורה כשקיר חוצה את הקו? מנסים ״להבליע״: קופצים מעל וממשיכים.

תרגיל 1: עיר מרובעת של 1,000 על 1,000 אמה. מה שטח התחום המרובע כולו (עיר + אלפיים לכל רוח)? וכמה ממנו הוא ״טבעת״ התחום בלבד?

תרגיל 2: כפר עגול בקוטר 1,000 אמה. לפי הברייתא, קודם ״עושין לו זויות״. מהו הריבוע הקטן ביותר שחוסם אותו? מה שטח הזויות שנוספו לכפר עצמו? (השתמשו בכלל ה־3:1 של המשנה ואחר כך ב־π המדויק — והשוו.)

תרגיל 3 (אתגר): מדדתם בחבל של 50 והגעתם לנחל ברוחב 30 אמה שאי אפשר למתוח בו חבל ישר. מה אומרת המשנה לעשות? ולמה דווקא ״לא פחות ולא יתר״ — מה היה קורה עם חבל של 60?

גשר לפרק הבא: מדדנו גבולות שאי אפשר לראות. עכשיו בונים גבולות שכן: שלושה קירות, גג מסכך, ומדידות מינימום ומקסימום. הפרק הבא: הסוכה הנמדדת.



תרגיל 3: הנחל חוצה את קו המדידה — ״מבליעו וחוזר למדתו״ (עירובין ה,ד).

חול

פתרונות מקוצרים

תרגיל 1: הריבוע החיצוני 5,000 על 5,000 = 25,000,000 אמ״ר; טבעת התחום: 25,000,000 פחות 1,000,000 = 24,000,000. תרגיל 2: ריבוע 1,000 על 1,000 = 1,000,000; העיגול בכלל המשנה 750,000, וב־π מדויק ≈785,398; הזויות: 250,000 (במשנה) או ≈214,602 (מדויק). תרגיל 3: ״מבליעו״; חבל ארוך מ־50 צף ונופל באמצע — והמדידה מתקצרת בלי שמבחינים.

06 מה הפרק מדגים

WHY THE METHOD WORKS

תורני

למה הפרק הזה מוכיח שהשיטה עובדת גם במסכת:

1. אותו שלד על מסכת שלמה: סיפור מסגרת (פנקס הבנאי), מקורות בלשונם, חשבון מלא, נסיון בידיים ותרגולים מדורגים — הפעם על גבול בלתי נראה.

2. המשנה עצמה עושה גאומטריה: "עושין אותה כמין טבלא מרובעת, כדי שיהא נשכר את הזויות" — היא מרבעת צורות, נותנת סיבה מתמטית, וקובעת מכשיר מדידה סטנדרטי (חבל 50, לא פחות ולא יתר, כנגד הלב).

3. יושר בלי פשרות: החשבון המספרי (16 מיליון מול 12.6 מיליון, 27%) מסומן חול · קריאה מודרנית — הכימות שלנו, לא של המשנה. המשנה קובעת את הכלל ואת הסיבה; אנחנו מכמתים.

4. הנסיון מוכיח: "תחום" הוא רעיון שאפשר למדוד בחצר עם חבל אחד — כולל הכלל הכי מוזר בספר, "מבליעו".

הערת יישור

המקורות (במדבר לה,ה; משנה עירובין ה,א וה,ד; עירובין נה עמוד א׳ ונח עמוד א׳; משנה עירובין א,ה ורמב"ם שם) אומתו מול ספריה בלשון המקור. מסגרת "פנקס הבנאי" היא ספרותית ומוצהרת ככזו. הכימות של הזויות (האחוזים והמיליונים) הוא חשבון מודרני שלנו על כלל המשנה ומסומן כך בפרק. הצגת ה־3:1 כ"קירוב מכוון לטובת מדידה שכולם יכולים לעשות" היא פירוש מסורתי (בעקבות הרמב"ם) אך אינה הפרשנות היחידה בספרות הפרשנית — דורשת עין של רב/משגיח תוכן. הניסוח הסופי לספר דורש ביקורת תורנית.

07 מקורות

SOURCES

תורני (אומתו מול ספריה)

- במדבר לה, ד–ה: מדידת אלפיים אמה לכל רוח סביב העיר.
  https://www.sefaria.org/Numbers.35.4-5
- משנה עירובין ה, א: "כמין טבלא מרובעת, כדי שיהא נשכר את הזויות".
  https://www.sefaria.org/Mishnah_Eruvin.5.1
- משנה עירובין ה, ד: חבל חמישים אמה, לא פחות ולא יתר, כנגד הלב, "מבליעו".
  https://www.sefaria.org/Mishnah_Eruvin.5.4
- תלמוד בבלי, עירובין נה עמוד א׳: ארוכה כמות שהיא, עגולה עושין לה זויות.
  https://www.sefaria.org/Eruvin.55a
- תלמוד בבלי, עירובין נח עמוד א׳: חבל של אפסקימא; שלשלאות של ברזל מול "חבל מדה".
  https://www.sefaria.org/Eruvin.58a
- משנה עירובין א, ה: "כל שיש בהקיפו שלשה טפחים יש בו רוחב טפח"; רמב"ם שם: היחס בקרוב בלבד, 3 ושביעית, "חשבון הגדול".
  https://www.sefaria.org/Mishnah_Eruvin.1.5
  https://www.sefaria.org/Rambam_on_Mishnah_Eruvin.1.5

חול · קריאה מודרנית (שלנו — לא במקור)

- החשבונות המלאים (16,000,000 מול ≈12,566,000; 27% ו־⅓; התרגילים ופתרונותיהם) — יישום מודרני על כללי המשנה והברייתא.